CHAPITRE V :
LES CIRCUITS EN COURANT CONTINU

1 GENERATEURS

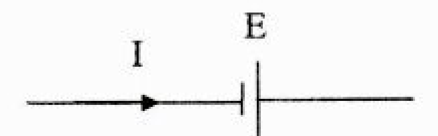
1.1 Force électromotrice d'un générateur

▲Un générateur est un appareil qui fournit de l'énergie électrique au circuit ; c'est à dire un appareil qui transforme une énergie de forme quelconque en énergie électrique (pile, dynamo,….)
Un générateur possède à ses bornes une différence de potentiel constante appelée force électromotrice (f.e.m) : E

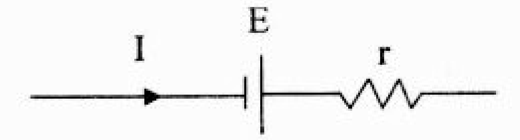
La puissance électrique fournie est liée à l'intensité et à la f.e.m par la relation :

$$P = \frac{dW}{dt} = EI$$

Le générateur idéal :



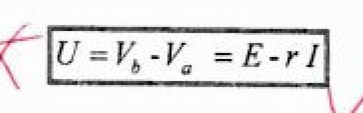
Le générateur réel présente une résistance interne r :



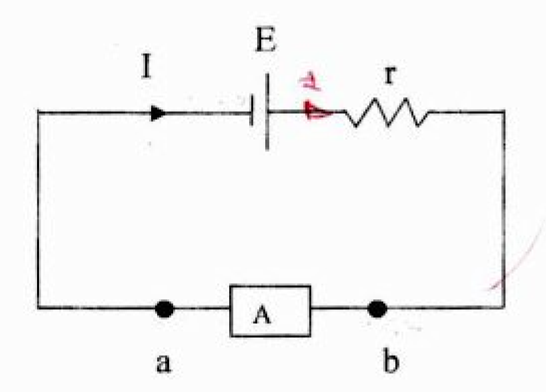
1.2 Loi d'Ohm appliquée à un générateur

Soit dans un circuit un générateur de f.e.m E débitant dans un appareil A (voir figure). La puissance mise en jeu par la générateur est égale à la puissance absorbée par l'appareil A plus la puissance dissipée en chaleur dans le générateur (par effet Joule) :

$$P = EI = (V_b - V_a)I + rI^2$$



$$U = V_b - V_a = E - rI$$



Si A est une simple résistance :

$$U = RI$$

et

$$E = (R + r)I$$

2 2 RECEPTEURS

2.1 Définition d'un récepteur

▲Un récepteur est un appareil qui transforme l'énergie électrique en une autre forme d'énergie (mécanique par exemple dans le cas d'un moteur).
La puissance électrique transformée est :

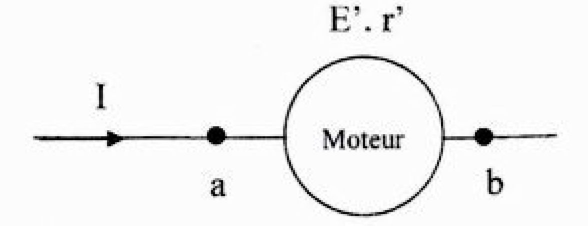
$$P' = E'I$$

E' est la force contre électromotrice (f.c.e.m.) du récepteur.

2.2 Loi d'Ohm appliquée à un récepteur

Considérons un récepteur de f.c.e.m E' et de résistance r' alimenté sous une ddp U. Si I est le courant qui traverse le récepteur, la puissance totale fournie est :

$P = UI$ avec $U = V_a - V_b$



Cette puissance est d'une part transformée en énergie mécanique et, d'autre part, dissipée sous forme de chaleur dans le récepteur :

$$P = UI = E'I + r'I^2 \Rightarrow U = E' + r'I$$

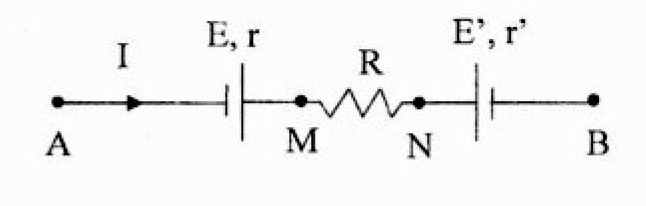
Si le récepteur est une résistance (récepteur purement thermique) :
$E' = 0$ et $U = r'I$

3 LOI D'OHM GENERALISEE

3.1 Cas d'une portion de circuit :

Considérons une portion de circuit où l'on trouve en série :
- des générateurs (E, r)
- des récepteurs (E', r')

- des résistances R



Appliquons les lois d'Ohm :

$$V_A - V_N = rI - E$$
$$V_M - V_N = RI$$
$$V_N - V_B = r'I + E'$$

Ajoutons, membre à membre ; la différence de potentiel s'écrit :

$$\boxed{V_A - V_B = I\ (R + r + r') + E' - E}$$

▲D'une façons générale :

$$\boxed{V_A - V_B = I\ (\sum \text{résistance}) + \sum (\text{f.c.e.m}) - \sum (\text{f.é.m})}$$

3.2 Cas d'un circuit fermé simple. Loi de Pouillet :

Soit un circuit fermé où tous les appareils et résistances sont en série. Cela revient à rejoindre les points A et B de la portion du circuit AB.

▲ $V_A = V_B$ donne la loi de Pouillet qui permet de calculer l'intensité :

$$I\ (\sum \text{résistances}) + \sum (\text{f.c.e.m}) - \sum (\text{f.é.m}) = 0$$

où encore

$$\boxed{I = \frac{\sum (\text{f.é.m}) - \sum (\text{f.c.e.m})}{\sum (\text{résistances})}}$$

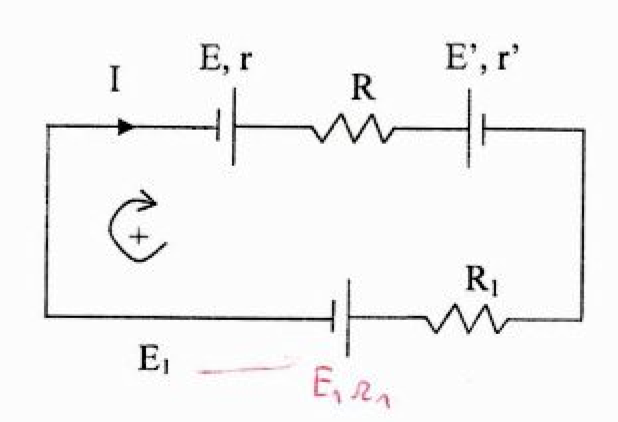
Exemple :

Soit le circuit de la figure. La loi de Pouillet donne :

$$(r + r' + r_1 + R + R_1)I - E + E' + E_1 = 0$$

Soit

$$I = \frac{E' + E_1 - E}{r + r' + r_1 + R + R_1}$$



4 RESEAUX - REGLES DE KIRCHHOFF

4.1 Définitions :

▲Un réseau, est un ensemble de générateurs, résistances et récepteurs électriques reliés entre eux et constituant un ensemble de circuits fermés.

▲On appelle nœud un point où se rejoignent au moins trois conducteurs.

▲On appelle branche l'ensemble des générateurs, récepteurs et résistances en série situés entre deux nœuds consécutifs.

▲On appelle maille tout circuit fermé constitué d'un nombre quelconque de branches du réseau.

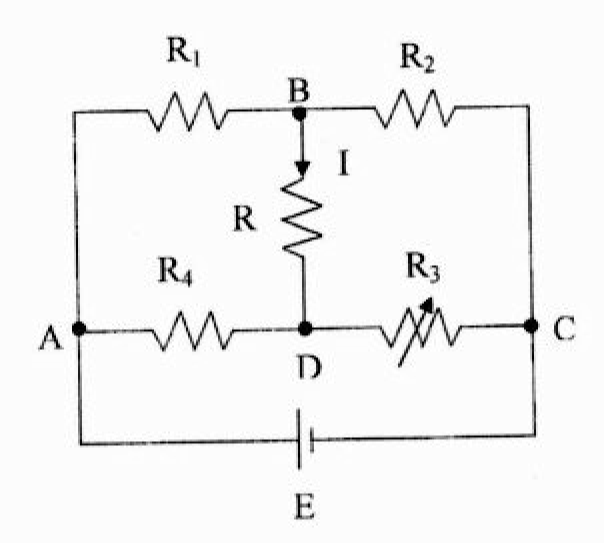
Exemple

Soit le réseau de la figure. Comme exemple nous avons :

Nœud : A

Branche : AB

Maille :ABDA



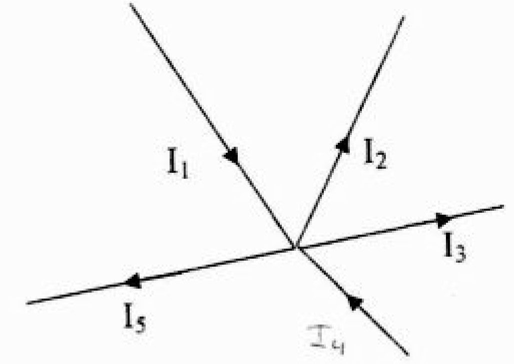
4.2 1ère loi de Kirchhoff ou loi des nœuds

▲La somme des intensités des courants qui arrivent au nœud est égale à la somme des intensités des courant qui en repartent.

$I_1 + I_4 = I_2 + I_3 + I_5$

Cette loi peut s'écrire :

$$\boxed{\sum_i (\pm I_i) = 0}$$



En adoptant la convention de mettre + I_i si le courant arrive au nœud, et $-I_i$ dans le cas contraire.

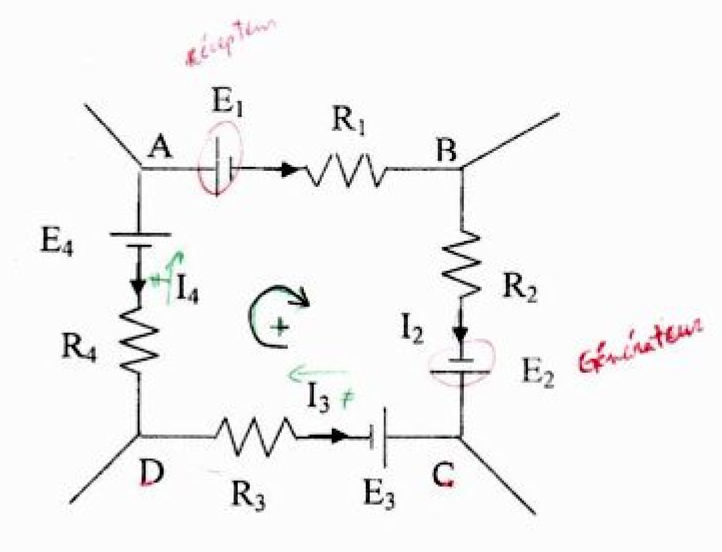
4.3 2ème loi de Kirchhoff ou loi des mailles :

▲Dans une maille, la somme algébrique des tensions est égale à zéro :

$$\boxed{\sum V_i = 0}$$

Exemple :

Considérons la maille ABCD et choisissons un sens arbitraire pour le courant fictif qui circule dans la maille. Désignons par I_1, I_2, I_3 et I_4 les courants dans les branches.



La loi d'Ohm donne :

$V_A - V_B = E_1 + R_1 I_1$

$V_B - V_C = R_2 I_2 - E_2$

$V_C - V_D = E_3 - R_3 I_3$

$V_D - V_A = -R_4 I_4 - E_4$

Additionnons membre à membres :

$$E_1 + R_1 I_1 - E_2 + R_2 I_2 + I_3 - R_3 I_3 - E_4 - R_4 I_4 = 0$$

C'est une équation de la forme

$$\boxed{\sum_i (\pm R_i I_i) + \sum_i (\pm E_i) = 0}$$

Cette équation se retrouve en utilisant la règle suivante :

1- On choisit un sens arbitraire de parcours sur la maille.

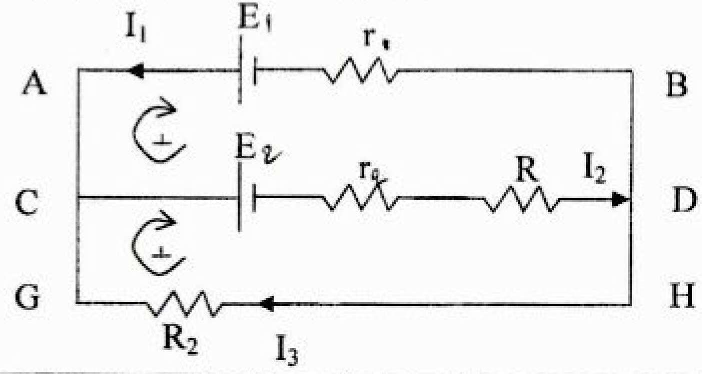
2- On met le signe + devant $R_i I_i$ si le courant I_i a le sens de parcours choisi, sinon on met le signe -.

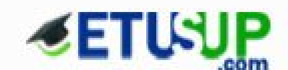
3- Pour un générateur ou récepteur, on met le signe + devant E_i si on traverse l'appareil du pôle positif au pôle négatif, sinon on met le signe -.

Remarque : Dans cette méthode les I_i sont des quantités algébriques alors que les E_i sont des quantités positives.

4.4 Exemple d'utilisation des deux lois de Kirchhoff

On étudie le circuit représenté sur la figure suivante :





Le générateur 1 est de f.e.m $E_1 = 1\ V$ et de résistance intérieure $r_1 = 0.5\,\Omega$
Le générateur 2 est de f.e.m $E_2 = 1.5V$ et de résistance interne $r_2 = 1\,\Omega$
Les deux résistances sont $R_1 = 2.5\,\Omega$ et $R_2 = 2\,\Omega$
Le problème consiste à calculer :
1) Les courants I_1 , I_2 et I_3
2) Les différentes de potentiel $V_A - V_B$, $V_C - V_D$ et $V_G - V_H$.

----

1) Calcul des courants I_1 , I_2 et I_3

La loi des nœuds donne

$$I_1 + I_3 = I_2$$

La loi des mailles donne :

Maille ABDC :

$$E_1 - r_1 I_1 - R_1 I_2 - r_2 I_2 - E_2 = 0$$

Maille CDHG :

$$E_2 + r_2 I_2 + R_1 I_2 + R_2 I_3 = 0$$

D'où le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ -r_1 I_1 - (R_1 + r_2) I_2 + 0 = E_2 - E_1 \\ 0 + (r_2 + R_1) I_2 + R_2 I_3 = -E_2 \end{cases}$$

A.N. :

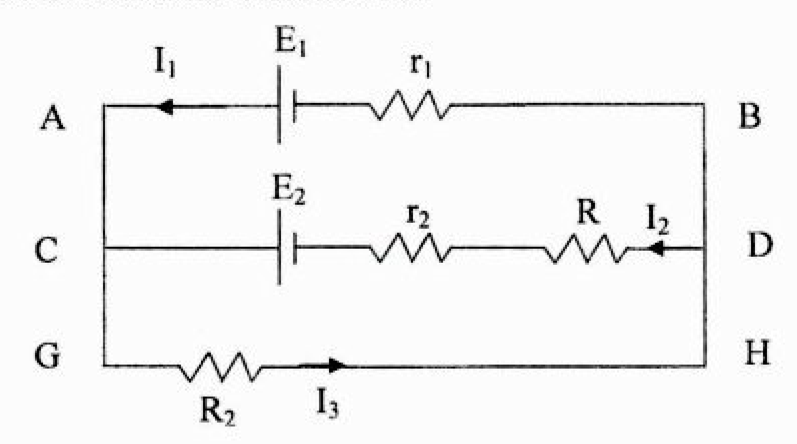
$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ -0,5 I_1 - 3,5 I_2 + 0 = 0,5 \\ 0 - 3,5 I_2 + 2 I_3 = -1,5 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0.5 & -3.5 & 0 \\ -1.5 & 3.5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -0.5 & -3.5 & 0 \\ 0 & +3.5 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{2.5}{9.75} \simeq -0.25\ A$$, donc I_1 circule bien de B vers A.

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & -1.5 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ +0.5 & -3.5 & 0 \\ 0 & 3.5 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-1.75}{9.75} \simeq -0.18\,A,$$ donc I_2 circule en fait de D vers C

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -0.5 & -3.5 & 0.5 \\ 0 & 3.5 & -1.5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ +0.50 & -3.5 & +0 \\ 0 & 3.5 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-4.25}{9.75} \simeq -0.44\,A,$$ donc I_3 circule en fait de G vers H

D'où le circuit avec les sens réels des courants:



2) Calcul des différences de potentiel $V_A - V_B$, $V_C - V_D$ et $V_G - V_H$.
On a :

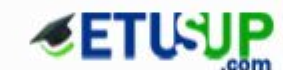
$$V_A - V_B = V_C - V_D = V_G - V_H$$
$$V_G - V_H = R_2 I_3 = 2\times\ 0.44 = 0.88\ V$$

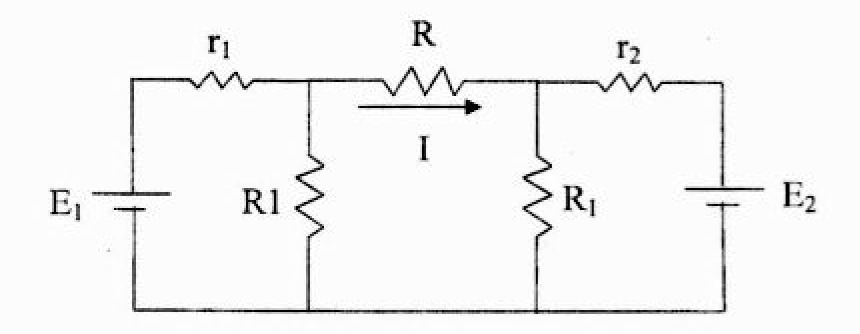
5 UTILISATION DES THEOREMES GENERAUX

5.1 Théorème de superposition :

▲Lorsque, dans un réseau plusieurs appareils (générateurs et récepteurs) de f.e.m. E et de f.c.e.m. E' sont superposés, l'intensité du courant dans chacune des branches est la somme des intensités dues à chaque appareil agissant seul dans cette branche.

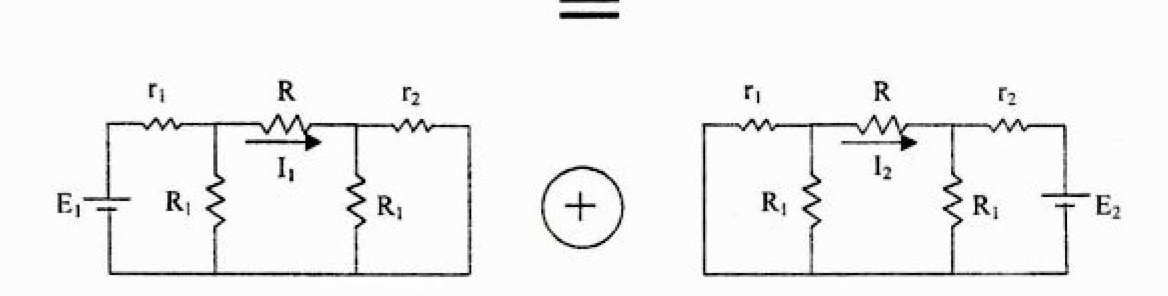
Exemple :
Appliquons le théorème de suporposition Pour le courant I de la branche contenant la résistance R :





Ce circuit est équivalent à

≡



On supprime E_2 est on le remplace par sa résistance interne r_2.

On supprime E_1 et on le replace par sa résistance interne r_1.

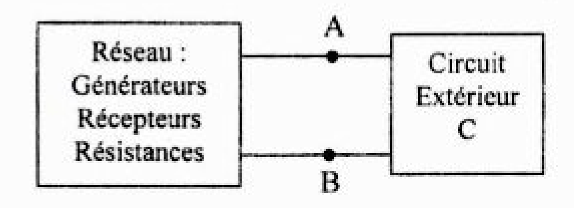
Le courant cherché est donc donné par :

$$\boxed{I = I_1 + I_2}$$

Dans cette méthode il faut choisir les courants I_1 et I_2 dans le même sens que celui de I.

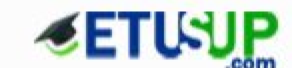
5.2 Théorème de Thevenin

Soit un dipôle actif constitué par deux points A et B d'un réseau dont la différence de potentiel est $V_A - V_B$.

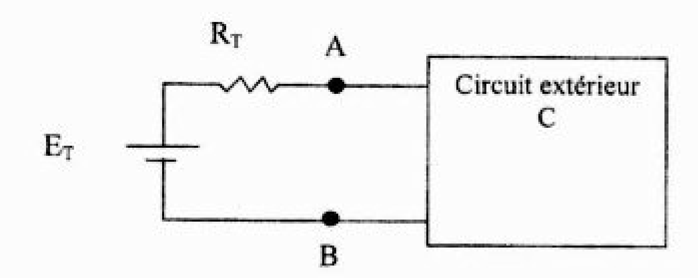


▲Ce dipôle actif, vu de ses bornes, est équivalent à un générateur :

- de f.e.m $E_T = E_{AB}$ égale à la d.d.p aux bornes A,B du circuit ouvert (on supprime le circuit C et on calcule $V_A - V_B$)
- de résistance interne égale a la résistance équivalente $R_T = R_{AB}$ vue des bornes A,B du circuit ouvert lorsque les générateurs et récepteurs sont supprimés et remplacés par leurs résistances internes.

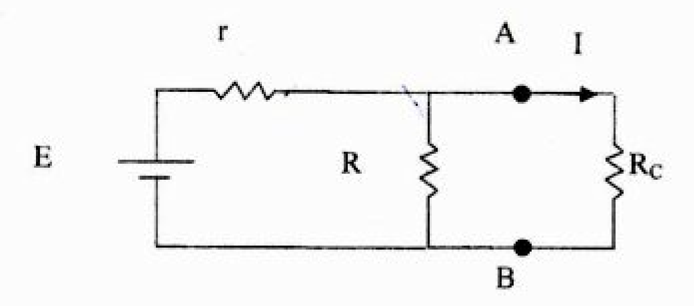


On obtient alors le circuit équivalent de Thevenin suivant :



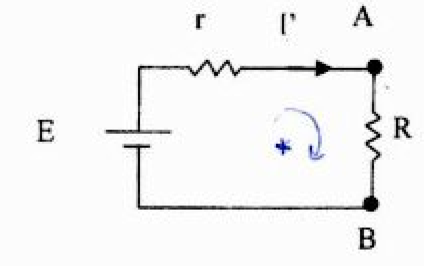
Exemple :

On étudie le circuit représenté sur la figure suivante :



Le but est de calculer le courant I passant dans la résistance R_C.

- d.d.p aux bornes AB du dipôle (circuit ouvert)

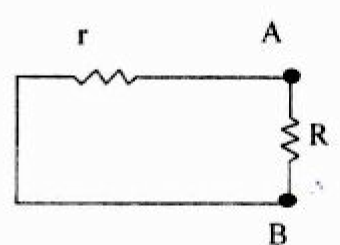


$E_T = V_A - V_B = RI'$

Avec $-E + rI' + RI' = 0$ et $I' = \frac{E}{r+R}$

d'où $E_T = V_A - V_B = \frac{RE}{r+R}$

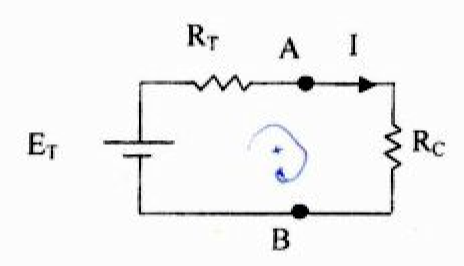
- Résistance équivalente R_{AB}



Dans le circuit ouvert, le générateur est remplacé par sa résistance interne r.

$R_T = R_{AB} = r // R = \frac{rR}{r+R}$

- Circuit équivalent de Thevenin :



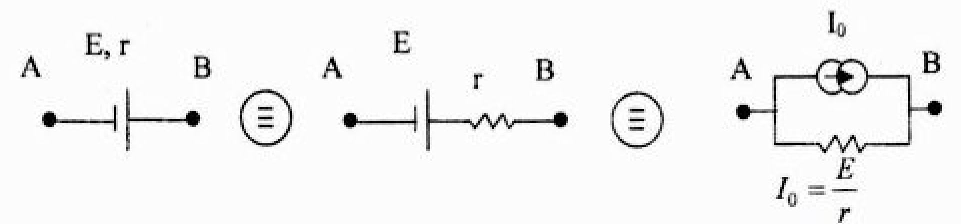
$-E_T + R_T I + R_C I = 0$

d'où : $I = \frac{E_T}{R_T + R_C}$

5.3 Théorème de Norton

5.3.1 Générateur de courant

Un générateur de courant est un générateur débitant un courant I_0 constant quelque soit le système connecté à ses bornes.
Un générateur de tension réel de f.e.m. E et de résistance interne r est équivalent à l'un ou l'autre des schémas suivants :

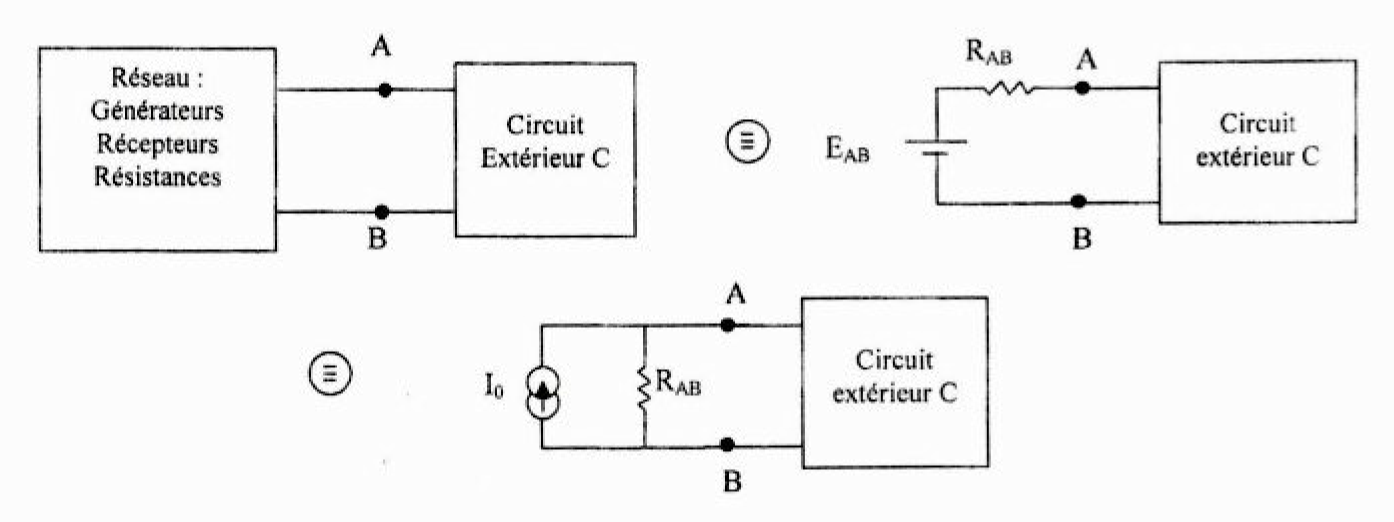


I_0 est le courant de court circuit.

5.3.2 Théorème

▲Un générateur de f.e.m. $E=V_A-V_B$ et de résistance interne $r = R_{AB}$ branché dans un circuit extérieur peut être remplacé, par un générateur de courant d'intensité I_0 et de même résistance interne $r = R_{AB}$.

Ainsi on peut passer du théorème Thevenin au théorème de Norton de la façon suivante :



Avec $I_0 = \frac{E_{AB}}{R_{AB}}$, $E_{AB} = E_T$ et $R_{AB} = R_T$

Pour le calcul de E_{AB} et R_{AB}, on utilise la même démarche que dans le cas du théorème de Thevenin.

5.3.3 Autre énoncé du théorème de Norton

▲Tout réseau dipolaire peut être modélisé entre A et B par un générateur de courant caractérisé par :

- un courant de court-circuit $I_{cc}=I_0$ égal au courant circulant entre A et B lorsqu'ils sont reliés ($U_{AB} = 0$ V) ;

- une résistance interne $R_N=R_{AB}$ égale à la résistance équivalente entre A et B du réseau dipolaire rendu passif (les sources étant remplacées par leurs résistances internes).

14/3/2018 Arrêt


ETUSUP.com